Title	MHD平衡解の数値解析について (応用科学における偏微分方程式の応用解析)
Author(s)	仲里, 賢治; 菊地, 文雄
Citation	数理解析研究所講究録 (1980), 386: 161-181
Issue Date	1980-05
URL	http://hdl.handle.net/2433/104882
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

数理解析研究所講究録
386巻 1980年 161-181

ＭＨＤ平衡解の数値解析について

電通大　　　　　　仲里　賢治
東大　宇宙研　　　菊地　文雄

1.　序

ここでは、ＭＨＤ平衡を記述する偏微分方程式を（定性的性質をある程度保って）簡略化した次のような非線形固有値問題の数値解析について考えることにする。

$$
\begin{cases} -\Delta u = \lambda f(u) & \text{in } \Omega \quad (1\cdot1) \\ u = -1 & \text{on } \partial\Omega \quad (1\cdot2) \end{cases}
$$

ここで、Δは２次元ラプラシアン，Ωは２次元空間内の有界領域，$\partial\Omega$ はその境界，λは実パラメータ，uは実関数である。非線形性を表わす関数は次の形をしているものとする。

$$
f(u) = \begin{cases} u & (u \geqq 0) \\ 0 & (u < 0) \end{cases} \qquad (1\cdot3)
$$

我々は(1・1)(1・2)をみたす$\{\lambda, u\}$を見出せばよい。関数uには１階導関数までの連続性が要求されるが、(1・3)からわかるように非線形項には$u = 0$の部分に折れ曲りがあり、uの

符号により支配方程式の形に変化がある。$u = 0$ の部分は解が定まってはじめてわかるので、一種の自由境界と考えられる。我々の目標は、線形の固有値問題

$$\begin{cases} -\Delta u = \lambda u & \text{in } \Omega \quad (1\cdot 4) \\ u = 0 & \text{on } \partial\Omega \quad (1\cdot 5) \end{cases}$$

の1番目の対 $\{\lambda_0, \phi\}$ に近接する解のパス $\{\lambda(\varepsilon), u(\varepsilon)\}$ を求めることである。

2. 準備

$$X = H^1(\Omega) \cap C(\overline{\Omega}) \tag{2·1}$$

$$X_0 = X \cap H_0^1(\Omega) \tag{2·2}$$

$$\|u\|_1 = \Big(\sum_{|\alpha| \leq 1} \int_\Omega |D^\alpha u(x)|^2 dx\Big)^{1/2} \tag{2·3}$$

$$|u| = \max_{x \in \overline{\Omega}} |u(x)| \tag{2·4}$$

$$\|u\|_X = \|u\|_1 + |u| \tag{2·5}$$

$$\langle u, \bar{u} \rangle = \int_\Omega \sum_{i=1}^{2} \frac{\partial u}{\partial x_i} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x_i} dx \tag{2·6}$$

$$(f, \bar{u}) = \int_\Omega f \bar{u} \, dx \tag{2·7}$$

(1·1)(1·2), (1·4)(1·5) の弱形式を考える。

[NEP] *Find a pair* $\{\lambda, u\} \in R \times X$ s.t.

$$\langle u, \bar{u} \rangle = \lambda (f(u), \bar{u}) \quad \forall \bar{u} \in H_0^1(\Omega) \tag{2·8}$$

$$u = -1 \quad \text{on } \partial\Omega \tag{2·9}$$

[LEP] *Find a pair* $\{\lambda, u\} \in R \times H_0^1(\Omega)$ s.t.

$$u \neq 0 \quad \text{and} \tag{2·10}$$

$$\langle u, \bar{u} \rangle = \lambda (u, \bar{u}) \quad \forall \bar{u} \in H_0^1(\Omega) \tag{2·11}$$

$\{\lambda_0, \phi\}$ は次の条件をみたすものとする。

(1) $\lambda_0 > 0$: [LEP] の第1固有値

(2) $\phi = \phi(x)$: 対応する固有関数

$$\|\phi\| = 1 \quad , \quad \phi \geqq 0 \quad \text{over } \bar{\Omega}$$

$$\phi > 0 \quad \text{in } \Omega \tag{2·12}$$

$$\phi \in H^2(\Omega) \cap H_0^1(\Omega) \subset X_0 \tag{2·13}$$

(3) $m(\{ x \in \bar{\Omega} \text{ s.t. } \phi(x) = 0 \})$

$$= m(\partial\Omega) = 0 \tag{2·14}$$

$m(\ )$: $\mathbb{R}^2$ 中のルベーグ測度

3. 問題の変換

$\varepsilon\ (>0)$ をパラメータとして変換 $u^* = \varepsilon u$ を考える。そのとき、[NEP]は次のようになる。

$[\text{NEP}]_\varepsilon$ *Find a pair* $\{\lambda, u^*\} \in R \times X$ s.t.

$$\langle u^*, \bar{u} \rangle = \lambda (f(u^*), \bar{u}) \quad \forall \bar{u} \in H_0^1(\Omega) \tag{3·1}$$

$$u^* = -\varepsilon \quad \text{on } \partial\Omega \tag{3·2}$$

まず、$[NEP]_\varepsilon$ の解 $\{\lambda, u^*\}$ を次の形で仮定する。

$$\begin{cases} u^*(\varepsilon) = \phi + \varepsilon\psi + v(\varepsilon) & (3\cdot3) \\ \lambda(\varepsilon) = \lambda_0 + \mu & (3\cdot4) \end{cases}$$

ここで $\psi \in X$ は次の方程式で定められる。

[AP1] Find $\psi \in H'(\Omega)$ s.t.

$$\langle \psi, \bar{u} \rangle - \lambda_0(\psi, \bar{u}) = \lambda_0(1, \phi)(\phi, \bar{u}) \quad \forall \bar{u} \in H_0'(\Omega) \quad (3\cdot5)$$

$$\psi = -1 \ \text{on} \ \partial\Omega, \quad (\psi, \phi) = 0 \quad (3\cdot6)$$

解の表示(3·3)(3·4)について説明しておく。

1° $$u^*(\varepsilon) = \phi + w(\varepsilon), \quad w(\varepsilon) \in X \quad (3\cdot7)$$

$$w(\varepsilon)\big|_{\partial\Omega} = -\varepsilon, \quad (w(\varepsilon), \phi) = 0 \quad (3\cdot8)$$

2° 次の2つのことを仮定する。

(1) $\varepsilon \mapsto \{\lambda(\varepsilon), u^*(\varepsilon)\}$ は $\varepsilon = 0$ で微分可 (3·9)

(2) $\lambda(0) = \lambda_0$, $u^*(0) = \phi$ $(w(0) = 0)$ (3·10)

3° $[NEP]_\varepsilon$ に $u^*(\varepsilon) = \phi + w(\varepsilon)$ を代入して $\varepsilon = 0$ で微分する。

$$\langle w'(0), \bar{u} \rangle = \lambda'(0)(f(\phi), \bar{u}) + \lambda_0(f_u(\phi)w'(0), \bar{u})$$

$$' = \frac{d}{d\varepsilon} \qquad \forall \bar{u} \in H_0'(\Omega) \quad (3\cdot11)$$

$f(\phi) = \phi$, $f_u(\phi) = 1$ より $\psi \equiv w'(0)$ とおくと

$$\begin{cases} \langle \psi, \bar{u} \rangle - \lambda_0(\psi, \bar{u}) = \lambda'(0)(\phi, \bar{u}) \quad \forall \bar{u} \in H_0^1(\Omega) & (3\cdot12) \\ \psi = -1 \quad \text{on } \partial\Omega, \quad (\psi, \phi) = 0 & (3\cdot13) \end{cases}$$

が得られる。(3·13)は(3·8)を ε で微分することにより求められる。

4° (3·12)で $\bar{u} = \phi$ を代入すると

$$\lambda'(0) = \langle \psi, \phi \rangle - \lambda_0(\psi, \phi) = \langle \psi+1, \phi \rangle - \lambda_0(\psi, \phi)$$

$$= \lambda_0(\psi+1, \phi) - \lambda_0(\psi, \phi) = \lambda_0(1, \phi) \qquad (3\cdot14)$$

(3·12)(3·14) より(AP1)が得られる。

5°
$$\begin{cases} \lambda(\varepsilon) = \lambda_0 + \lambda_0(1, \phi)\varepsilon + o(\varepsilon) & (3\cdot15) \\ u^*(\varepsilon) = \phi + \varepsilon\psi + o(\varepsilon) & (3\cdot16) \end{cases}$$

4. 反復スキーム

$u^*(\varepsilon) = \phi + \varepsilon\psi + v(\varepsilon)$ とおいて $|\varepsilon|$ が十分小のとき $v(\varepsilon)$ と $\lambda(\varepsilon)$ とを求める。(3·1)に $u^* = \phi + \varepsilon\psi + v$ を代入して [AP1] を用いると

$$\begin{cases} \langle v, \bar{u} \rangle - \lambda_0(v, \bar{u}) = (\lambda f(u^*) - \lambda_0 u^* - \varepsilon\lambda_0(1, \phi)\phi, \bar{u}) & (4\cdot1) \\ (v, \phi) = 0 & (4\cdot2) \end{cases}$$

を得る。

$v \in X_0 \subset H_0^1(\Omega)$ より $\langle v, \phi \rangle - \lambda_0(v, \phi) = 0 \qquad (4\cdot3)$

(4.1)で $\bar{u}$ に ϕ を代入すると

$$(\lambda f(u^*) - \lambda_0 u^* - \varepsilon\lambda_0(1,\phi)\phi,\ \phi) = 0 \tag{4.4}$$

$$\therefore\ \lambda = \frac{1+\varepsilon(1,\phi)}{(f(u^*),\phi)}\lambda_0 \tag{4.5}$$

以上のことをまとめると、我々は次のアルゴリズムを得ることができる。

—アルゴリズム—

(1) ε：固定 , $v^{(0)} \in X_0$ 与える。

(2) $i = 0,1,2,\cdots$ について $v^{(i+1)} \in X_0$ を次式で定める。

$$\langle v^{(i+1)}, \bar{u} \rangle - \lambda_0(v^{(i+1)}, \bar{u}) = (\lambda^{(i)} f(u^{*(i)}) - \lambda_0 u^{*(i)} - \varepsilon\lambda_0(1,\phi)\phi, \bar{u})$$

$$\forall \bar{u} \in H_0^1(\Omega) \tag{4.6}$$

$$(v^{(i+1)}, \phi) = 0 \tag{4.7}$$

$$u^{*(i+1)} = \phi + \varepsilon\psi + v^{(i+1)} \tag{4.8}$$

$$\lambda^{(i+1)} = \frac{1+\varepsilon(1,\phi)}{(f(u^{*(i+1)}),\phi)}\lambda_0 \tag{4.9}$$

<u>定理1</u>　十分小さい正定数ε_0を適切に選べば、$\forall\varepsilon\in[-\varepsilon_0,\varepsilon_0]$について$[\mathrm{NEP}]_\varepsilon$に対する解$\{\lambda(\varepsilon), u^*(\varepsilon)\}$が存在する。そのような解は$\forall\varepsilon\in[-\varepsilon_0,\varepsilon_0]$について縮小写像の原理によって構成され、十分小さなε_0に対して$\{\lambda_0,\phi\}$のある近傍で一意である。$u(\varepsilon)\in H^2(\Omega)$で、さらに

$$\{\lambda(0), v(0)\} = \{\lambda_0, 0\} \tag{4·10}$$

$$\|v(\varepsilon_1)-v(\varepsilon_2)\|_2 + |\lambda(\varepsilon_1)-\varepsilon_1(1,\phi)\lambda_0-\lambda(\varepsilon_2)+\varepsilon_2(1,\phi)\lambda_0|$$
$$\leqslant \delta|\varepsilon_1-\varepsilon_2| \qquad \varepsilon_1,\varepsilon_2\in[-\varepsilon_0,\varepsilon_0] \tag{4·11}$$

が成り立つ。δはε_0を適切に選ぶことにより任意に小さくとれる正定数である。

5. 有限要素近似(1)

離散問題の場合も、解を求める手順は連続問題の場合と同じである。Ωの正則な三角形分割の上で、次の有限要素空間を考える。なお、三角形分割における最大辺長をhとする。

X^h：Ω上の連続区分1次式関数の空間

X_0^h：X^hの部分空間で、境界上で零となる関数のなす空間

$X^h\subset X$　かつ　$X_0^h\subset X_0$　である。

$[\mathrm{NEP}]_\varepsilon^h$ Find a pair $\{\lambda_h,\ u_h^*\} \in R \times X^h$ s.t.

$$< u_h^*,\ \bar{u}_h > \ = \ \lambda_h(f(u_h^*),\ \bar{u}_h) \quad \forall \bar{u}_h \in X_0^h \tag{5・1}$$

$$u_h^* \ = \ -1 \qquad \text{on } \partial\Omega \tag{5・2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_h^*(\varepsilon) \ = \ \phi_h + \varepsilon \psi_h + v_h \qquad (5\cdot3) \\ \lambda_h(\varepsilon) \ = \ \lambda_{h0} + \mu \qquad (5\cdot4) \end{array} \right.$$

ただし　$\|\phi_h\| = 1$,　$(\phi_h,\ \phi) \geqslant 0$　とする。

$[\mathrm{LEP}]^h$ Find a pair $\{\lambda_h,\ u_h\} \in R \times X_0^h$ s.t.

$$u_h \neq 0 \qquad \text{and} \tag{5・5}$$

$$< u_h,\ \bar{u}_h > \ = \ \lambda_h(u_h,\ \bar{u}_h) \quad \forall \bar{u}_h \in X_0^h \tag{5・6}$$

$[\mathrm{AP1}]^h$ Find $\psi_h \in X^h$ s.t.

$$< \psi_h,\ \bar{u}_h > - \lambda_{h0}(\psi_h,\ \bar{u}_h) \ = \ \lambda_{h0}(1,\ \phi_h)(\phi_h,\ \bar{u}_h) \quad \forall \bar{u}_h \in X_0^h \tag{5・7}$$

$$\psi_h + 1 \in X_0^h \ , \quad (\psi_h,\ \phi_h) = 0 \tag{5・8}$$

—アルゴリズム—

(1) ε : 固定 , $v_h^{(0)} \in X_0^h$ 与える。

(2) $i = 0, 1, 2, \cdots$ について $v_h^{(i+1)} \in X_0^h$ を次式で定める。

$$< v_h^{(i+1)}, \bar{u}_h > - \lambda_{h0}(v_h^{(i+1)}, \bar{u}_h) = (\lambda_h^{(i)} f(u_h^{*(i)}) - \lambda_{h0} u_h^{*(i)} - \varepsilon \lambda_{h0}(1, \phi_h)\phi_h, \bar{u}_h)$$

$$\forall \bar{u}_h \in X_0^h \tag{5.9}$$

$$(v_h^{(i+1)}, \phi_h) = 0 \tag{5.10}$$

$$u_h^{*(i+1)} = \phi_h + \varepsilon \psi_h + v_h^{(i+1)} \tag{5.11}$$

$$\lambda_h^{(i+1)} = \frac{1 + \varepsilon(1, \phi_h)}{(f(u_h^{*(i+1)}), \phi_h)} \lambda_{h0} \tag{5.12}$$

<u>定理2</u> 十分小さい h_0, ε_0 を適切に選べば、$\forall h \in (0, h_0]$, $\forall \varepsilon \in [-\varepsilon_0, \varepsilon_0]$ に対して $[\mathrm{NEP}]_\varepsilon^h$ に対する解 $\{\lambda_h(\varepsilon), u_h^*(\varepsilon)\}$ が存在する。そのような解は $\forall h \in (0, h_0]$, $\forall \varepsilon \in [-\varepsilon_0, \varepsilon_0]$ に対して縮小写像の原理によって構成され、十分小さな h, ε について $\{\lambda_{h0}, \phi_h\}$ のある近傍で一意である。さらに

$$\{\lambda_h(0), v_h(0)\} = \{\lambda_{h0}, 0\} \tag{5.13}$$

$$\| v_h(\varepsilon_1) - v_h(\varepsilon_2) \|_X + |\lambda_h(\varepsilon_1) - \varepsilon_1(1, \phi_h)\lambda_{h0} - \lambda_h(\varepsilon_2) + \varepsilon_2(1, \phi_h)\lambda_{h0}|$$

$$\leq \delta^* |\varepsilon_1 - \varepsilon_2| \qquad \varepsilon_1, \varepsilon_2 \in [-\varepsilon_0, \varepsilon_0] \tag{5.14}$$

が成り立つ。δ^* は ε_0, h_0 を適切に選ぶことにより任意に小さくとれる正定数である。

定理３（誤差評価）　十分小さい正定数 ε_0, h_0 を適切に選べば，$\forall\varepsilon\in[-\varepsilon_0,\varepsilon_0]$, $\forall h\in(0,h_0]$, $\{\lambda, u\}\in R\times X$（$[NEP]_\varepsilon$ の解），$\{\lambda_h, u_h\}\in R\times X^h$（$[NEP]_\varepsilon^h$ の解）に対して次式が成立する。

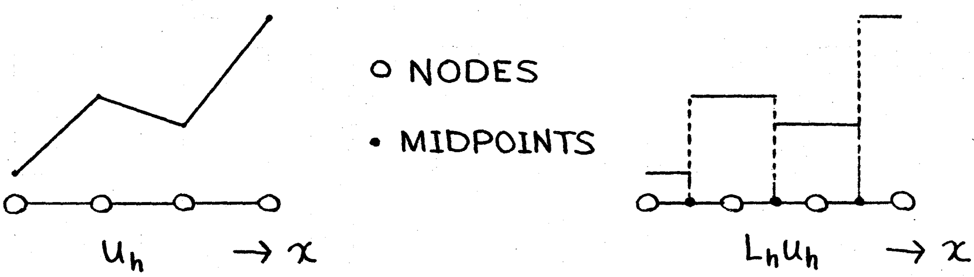
$$\|u_h - u\| \leqq Ch^2 \tag{5·15}$$

$$\|u_h - u\|_1 \leqq Ch \tag{5·16}$$

$$|\lambda_h - \lambda| \leqq Ch^2 \tag{5·17}$$

6.　有限要素近似（2）

$[NEP]_\varepsilon^h$ を節点未知数に関する連立方程式として表わす時，左辺についての表示は容易であるが，右辺の非線形項を厳密に評価することは面倒である。そこで右辺は集中化して処理する。つまり，重心，中心等を用いて，n 次元単体要素を $n+1$ 個の等測度の部分領域（重心領域）に分割し，$u_h\in X^h$ を各部分領域内では一定値をとる区分的定数関数でおきかえる。集中化の作用素を L_h で表し，１次元問題での u_h と $L_h u_h$ との対応例を示しておく。



$\widetilde{[\mathrm{NEP}]}_\varepsilon^h$は次のようになる。

$\widetilde{[\mathrm{NEP}]}_\varepsilon^h$ Find a pair $\{\tilde{\lambda}_h,\ \tilde{u}_h^*\} \in R \times X^h$ s.t.

$$< \tilde{u}_h^*,\ \bar{u}_h > \ = \ \tilde{\lambda}_h (f(L_h \tilde{u}_h^*),\ L_h \bar{u}_h) \quad \forall \bar{u}_h \in X_0^h \qquad (6\cdot1)$$

$$\tilde{u}_h^* \ = \ -\varepsilon \quad \text{on } \partial\Omega \qquad (6\cdot2)$$

(6·1)で右辺を評価する時、$f(L_h \tilde{u}_h^*)$ の分布が区分的定数状になり、節点でのみ値を評価すればいいので、$L_h \tilde{u}_h^*$の正負の判定も非常に容易である。解を求める手順はいままでの場合と全く同様である。

$$\begin{cases} \tilde{u}_h^*(\varepsilon) = \tilde{\phi}_h + \varepsilon \tilde{\psi}_h + \tilde{v}_h & (6\cdot3) \\ \tilde{\lambda}_h(\varepsilon) = \tilde{\lambda}_{h0} + \tilde{\mu} & (6\cdot4) \end{cases}$$

ただし　$\|\tilde{\phi}_h\| = 1$,　$(\tilde{\phi}_h,\ \phi) \geqq 0$　とする。

$\widetilde{[\mathrm{LEP}]}^h$ Find a pair $\{\tilde{\lambda}_h,\ \tilde{u}_h\} \in R \times X_0^h$ s.t.

$$\tilde{u}_h \neq 0 \quad \text{and} \qquad (6\cdot5)$$

$$< \tilde{u}_h,\ \bar{u}_h > \ = \ \tilde{\lambda}_h (L_h \tilde{u}_h,\ L_h \bar{u}_h) \quad \forall \bar{u}_h \in X_0^h \qquad (6\cdot6)$$

$\widetilde{[\mathrm{AP1}]}^h$ Find $\tilde{\psi}_h \in X^h$　s.t.

$$< \tilde{\psi}_h,\ \bar{u}_h > - \lambda_{h0} (L_h \tilde{\psi}_h,\ L_h \bar{u}_h) = \tilde{\lambda}_{h0} (1,\ L_h \tilde{\phi}_h)(L_h \tilde{\phi}_h,\ L_h \bar{u}_h)$$
$$\forall \bar{u}_h \in X_0^h \qquad (6\cdot7)$$

$$\tilde{\psi}_h + 1 \in X_0^h \ , \quad (L_h \tilde{\psi}_h\ ,\ L_h \tilde{\phi}_h) = 0 \qquad (6\cdot8)$$

—アルゴリズム—

(1) ε : 固定 , $\tilde{v}_h^{(0)} \in X_0^h$ 与える。

(2) $i = 0, 1, 2, \cdots$ について $\tilde{v}_h^{(i+1)} \in X_0^h$ を次式で定める。

$$\langle \tilde{v}_h^{(i+1)}, \bar{u}_h \rangle - \lambda_{h0}(L_h\tilde{v}_h^{(i+1)}, L_h\bar{u}_h)$$
$$= (\tilde{\lambda}_h^{(i)} f(L_h\tilde{u}_h^{*(i)}) - \tilde{\lambda}_{h0}L_h\tilde{u}_h^{*(i)} - \varepsilon\tilde{\lambda}_{h0}(1, L_h\tilde{\phi}_h)L_h\tilde{\phi}_h, L_h\bar{u}_h)$$
$$\forall \bar{u}_h \in X_0^h \tag{6.9}$$

$$(L_h\tilde{v}_h^{(i+1)}, L_h\tilde{\phi}_h) = 0 \tag{6.10}$$

$$\tilde{u}_h^{*(i+1)} = \tilde{\phi}_h + \varepsilon\tilde{\psi}_h + \tilde{v}_h^{(i+1)} \tag{6.11}$$

$$\tilde{\lambda}_h^{(i+1)} = \frac{1 + \varepsilon(1, L_h\tilde{\phi}_h)}{(f(L_h\tilde{u}_h^{*(i+1)}), L_h\tilde{\phi}_h)}\tilde{\lambda}_{h0} \tag{6.12}$$

有限要素近似(2)についてのアルゴリズムの収束証明と誤差評価は行なっていない。計算の手間は(1)よりもはるかに簡単になり、また経験的には計算精度も比較的良好のようである。

7、数値例

(1) 1次元問題

まず区間 $]-1/2, 1/2[$ における $[\mathrm{NEP}]_\varepsilon^h$ の1次元問題を扱った。

$$\begin{cases} -\dfrac{d^2u^*}{dx^2} = \lambda u^{*+} & \text{in }]-1/2, 1/2[\quad (7.1) \\[2ex] u^*(-1/2) = u^*(1/2) = -\varepsilon & \quad (7.2) \end{cases}$$

$$\lambda_0 = \pi^2 \quad , \quad \phi(x) = \sqrt{2}\cos(\pi x) \tag{7·3}$$

$u^*(x) = -\varepsilon$ なる自明解の他に、$\lambda > \pi^2$では非自明解が一意に存在し、しかも陽に表示できる。

$$u^*(x) = \begin{cases} \dfrac{2\varepsilon\cos(\sqrt{\lambda}x)}{\sqrt{\lambda}-\pi} & \left(|x| \leqq \dfrac{\pi}{2\sqrt{\lambda}}\right) \\ \dfrac{\varepsilon(\pi - 2\sqrt{\lambda}|x|)}{\sqrt{\lambda}-\pi} & \left(|x| > \dfrac{\pi}{2\sqrt{\lambda}}\right) \end{cases} \tag{7·4}$$

λとεの関係は $(u^*, \phi) = 1$ を用いて

$$\varepsilon = 1 \Big/ \left\{ -\frac{2\sqrt{2}}{\pi} + \frac{4\sqrt{2}\,\lambda^{3/2}}{(\sqrt{\lambda}+\pi)\pi^2(\sqrt{\lambda}-\pi)^2}\cos\left(\frac{\pi^2}{2\sqrt{\lambda}}\right) \right\} \tag{7·5}$$

を得る。第1図はλとεの関係を表わしたものである。$\varepsilon \to \infty$とするとき、λは極限値をもち、$\tilde{\lambda}_h$は大体$\lambda - \varepsilon$グラフ上にのっかっているみたいである。第2図は$\tilde{\phi}_h$, $\tilde{\psi}_h$, $\tilde{\phi}_h + \tilde{\psi}_h$を示している。第3図は厳密解$u$と数値解に基づく$\tilde{u}_h$の分布を示した。分布はほぼ再現できているように思われる。

(2) 2次元問題

三角形要素を用い、正方形，長方形の領域について計算してみた。計算法は1次元の場合と本質的には同じである。

o 正方形領域

$|x_i| < 0.5$ $(i = 1, 2)$で与えられる単位正方形領域を扱った。x_1軸，x_2軸に関する対称性のある解のみを考え、全体の$\frac{1}{4}$領域のみを、N×Nの規則格子に分割して解析した。第4図

にはλとεの関係を、第5図には正方形領域の有限要素分割の例(N＝6)と正方形領域での自由境界の計算例を示している。

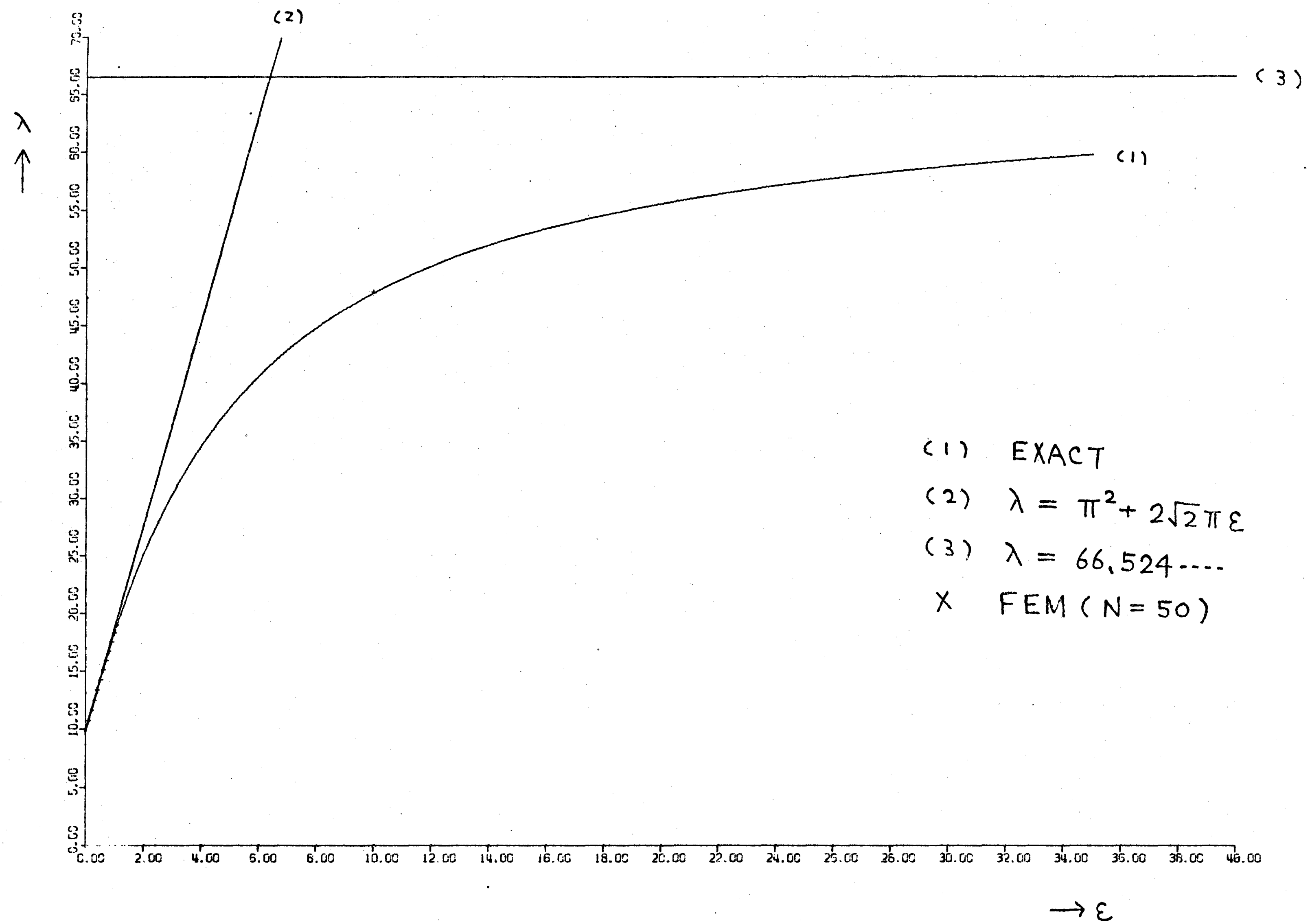
○ 長方形領域

$|x_1|<0.5$, $|x_2|<0.25$で与えられる縦横2の長方形領域について計算した。εとλの関係は第6図に、分割の例と自由境界の計算例は第7図に示されている。

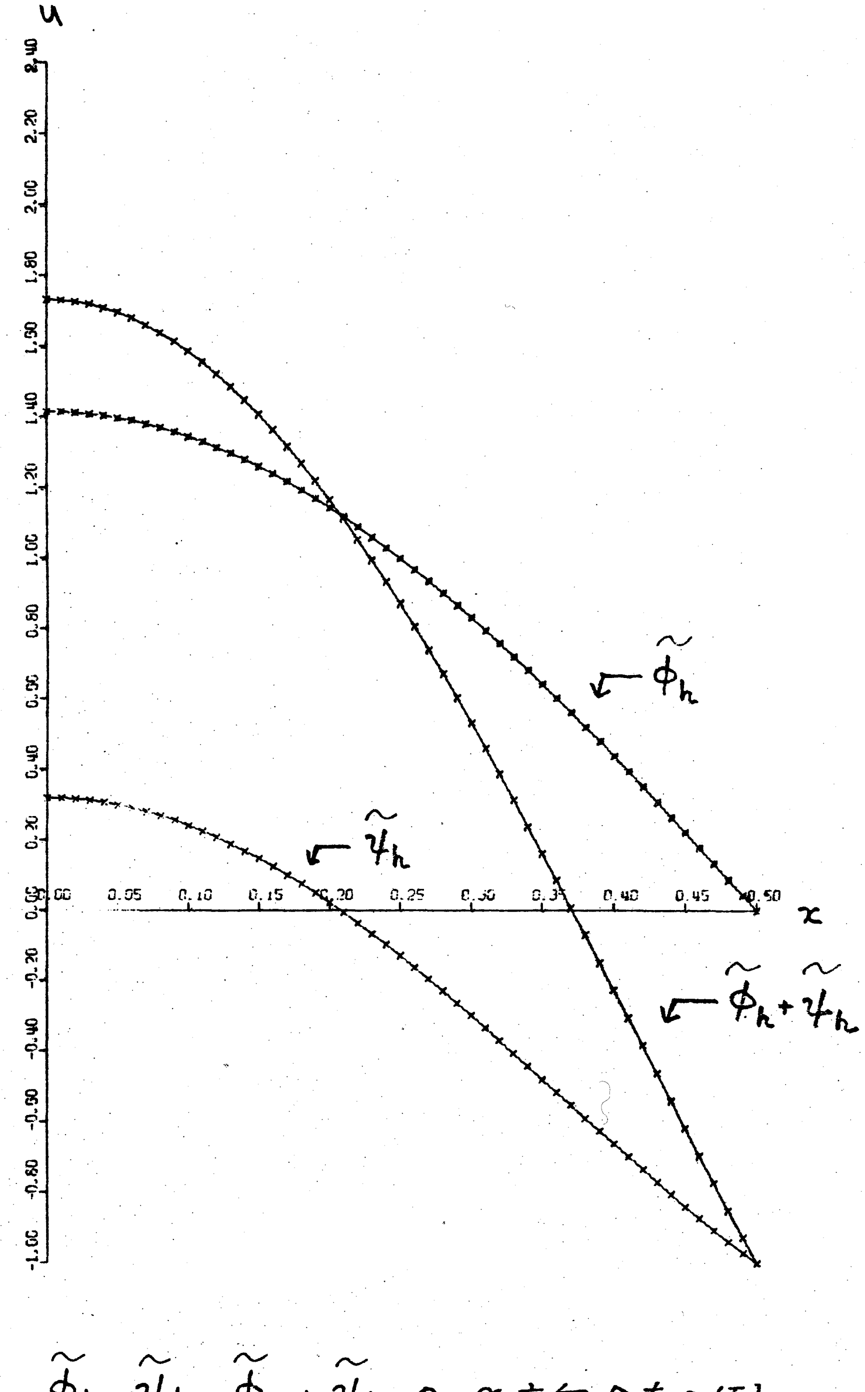
< 参考文献 >

[1] 菊地 文雄:
Construction of a Path of MHD Equilibrium Solutions by an Iterative Method,
ISAS Report, University of Tokyo,
No. 574, 97－111 (1979).
[2] 仲里 賢治:
プラズマ平衡解の反復法による構成法について,
電気通信大学大学院電気通信学研究科修士論文(1980).

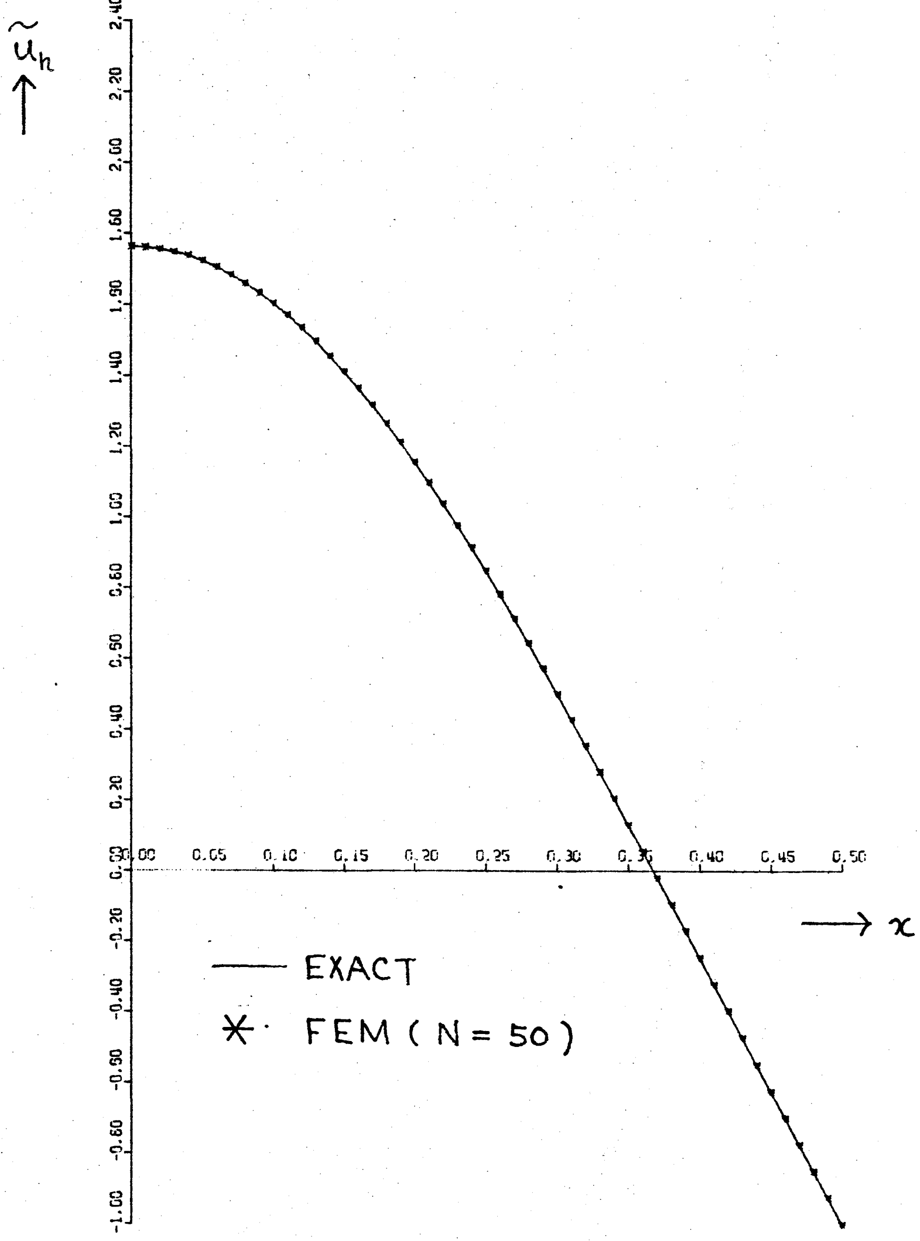
この報告の内容は、大部分[1][2]によっている。2～4節は[1]をまとめたものであり、その他の部分は[2]をまとめたものである。



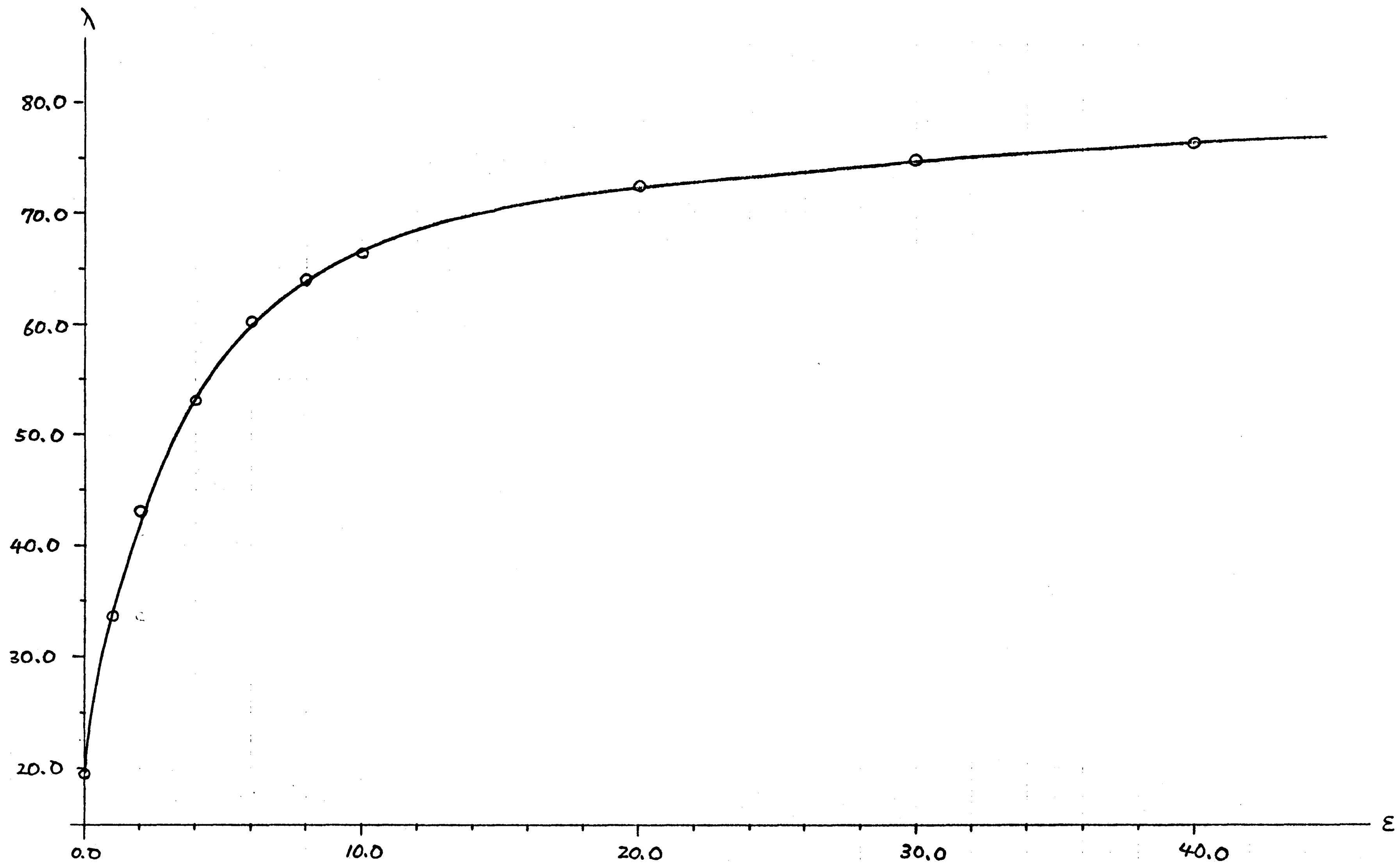
第1図　λとεの関係図（1次元問題）



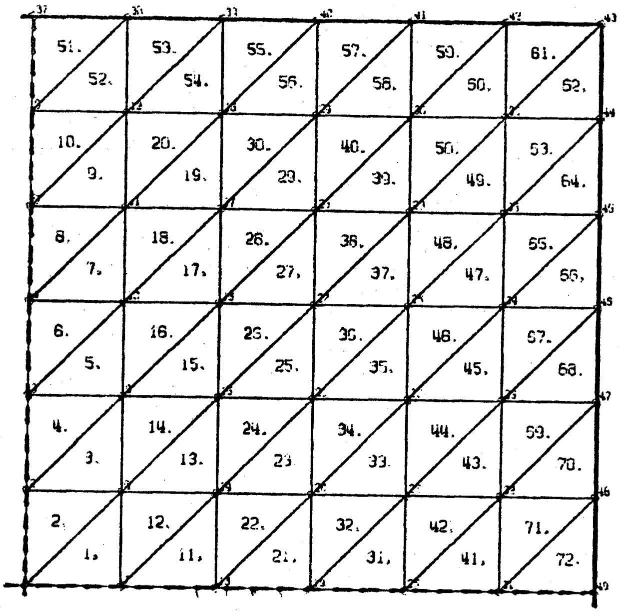
第２図　$\tilde{\phi}_h$, $\tilde{\psi}_h$, $\tilde{\phi}_h+\tilde{\psi}_h$ の x 方向分布の例
（１次元問題　, $n=50$ ）

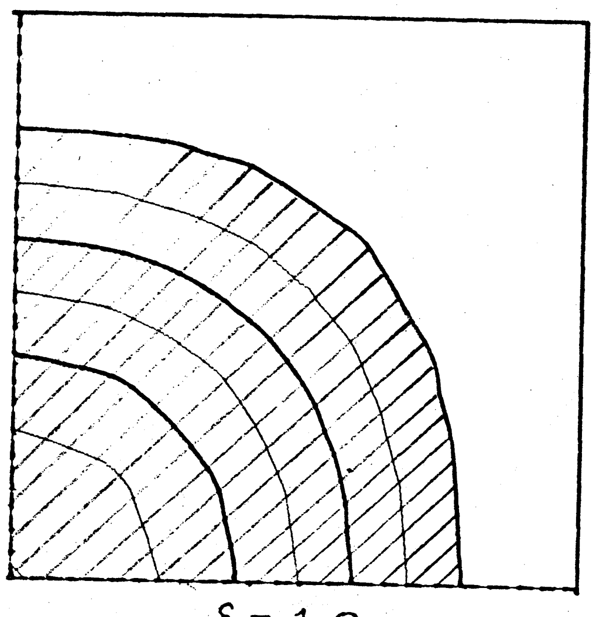


第3図　$\tilde{u}_h$の x方向分布の例（1次元問題，n = 50）



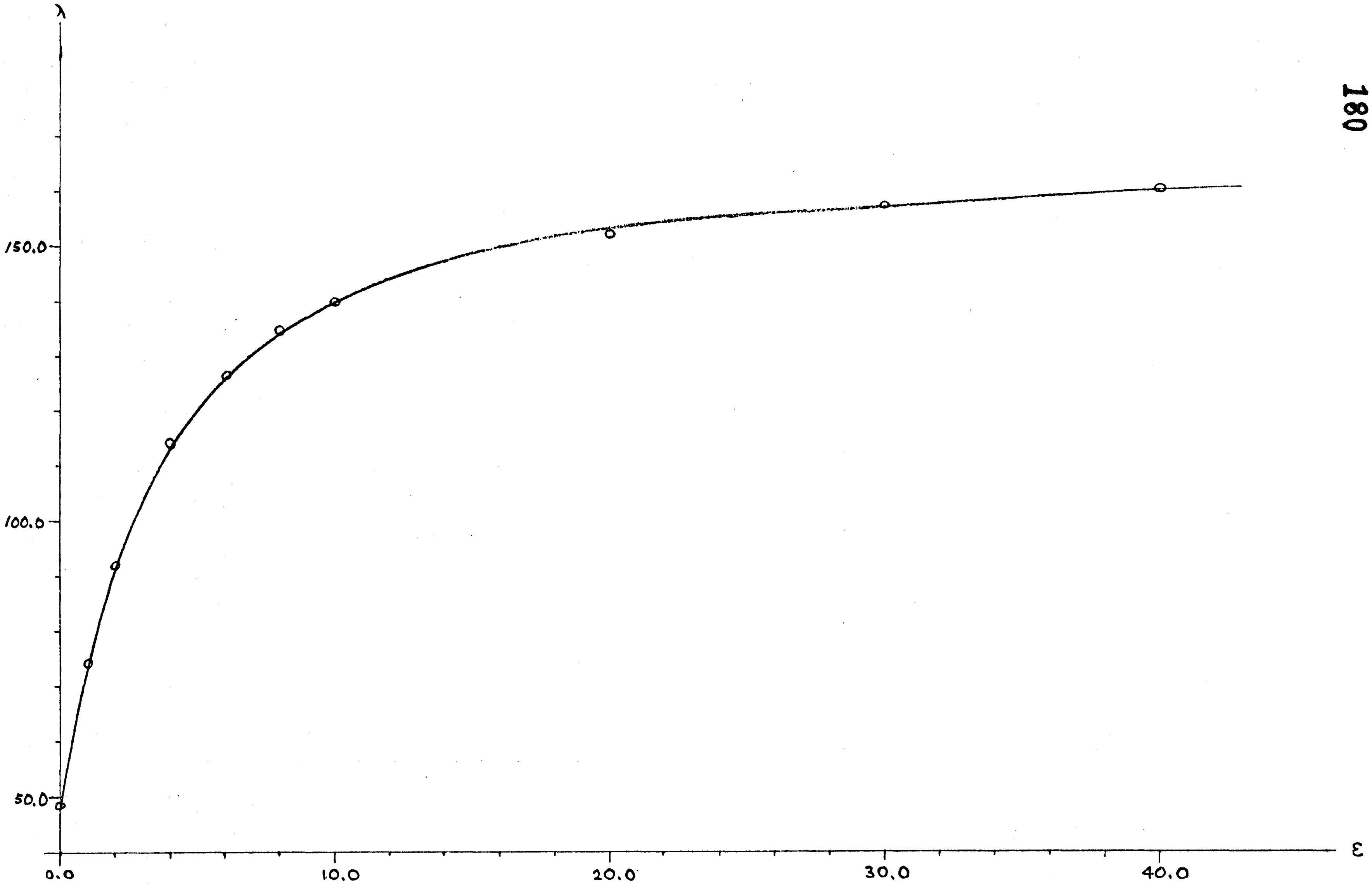
第4図　λとεの関係図（正方形領域）



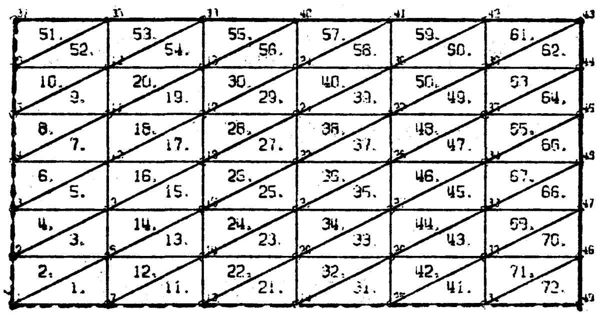


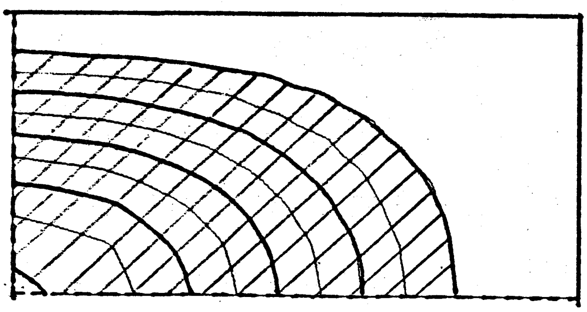
ε = 1.0

第5図　正方形領域での自由境界の計算例（6 x 6 分割）



第8図 λとεの関係図（長方形領域）





ε = 1.0

第7図　長方形領域での自由境界の計算例（6×6分割）